№ 3, 2001 г. / Олимпиады

VII Российская олимпиада по астрономии и физике космоса

IX Международная олимпиада “Интеллектуальный марафон”

VII Российская олимпиада по астрономии и физике космоса

Заключительный этап очередной открытой олимпиады школьников по астрономии и физике космоса прошел с 7 по 13 апреля 2000 года в городе Белгороде. Как и в прошлые годы, научное и идейное руководство олимпиадой осуществляло Астрономическое общество.

В олимпиаде приняли участие 140 школьников из 30 регионов России, а также из Украины и Белоруссии. Как обычно, участники олимпиады соревновались в трех возрастных категориях: 8 – 9, 10 и 11 классы (задания для учащихся 8 и 9 классов немного различались). Каждый регион мог направить на олимпиаду четырех участников по 8 – 9 классам, двух десятиклассников, двух одиннадцатиклассников и (дополнительно) победителей Российской и Международной олимпиад 1999 года, а также победителей олимпиады ННЦ 2000 года.

На теоретическом туре школьникам было предложено по 6 задач. В задании творческо-практического тура для 8 – 9 классов обе задачи носили исследовательский характер, а для 10 – 11 классов одна задача была творческая, а другая практическая. Каждая задача первого тура оценивалась по системе 8 + 2 балла (8 – за формально правильное полное решение, 2 – за дополнительное развитие темы), второго – по системе 16 + 4.

Победителям и призерам олимпиады были вручены дипломы, ценные подарки и главный приз олимпиады: для 11-классников – приглашение на физические и астрономические отделения ведущих вузов России (университетов Москвы, Санкт-Петербурга, Казани, Екатеринбурга), а для учащихся 8 – 10 классов – приглашение на V Международную астрономическую олимпиаду и на осеннюю астрономическую школу.

Просим все ваши вопросы, замечания и предложения (по комплекту задач прошедшей олимпиады и другим вопросам, а также интересные задачи, условия которых вы хотели бы видеть в будущих олимпиадах) сообщить автору по электронной почте: gavrilov@issp.ac.ru или по почтовому адресу: 142432 п.Черноголовка Московской обл., Институтский проспект, 15, ИФТТ РАН.

Ниже приводятся условия задач олимпиады и список ее призеров.

Теоретический тур

При решении любой задачи можно было пользоваться данными таблицы Солнечной системы и картой звездного неба.

8 класс

1. Известно, что из-за атмосферной рефракции в любом месте Земли Солнце раньше встает и позже заходит. (Так, сегодня в Белгороде Солнце взошло раньше на 3 минуты 05 секунд и зайдет позже на 3 минуты 05 секунд.) Значит, вся наша планета получает больше солнечной энергии, чем получала бы при отсутствии рефракции. Так откуда же берется дополнительная энергия?

2. При каком положении Луны можно наблюдать наиболее продолжительные затмения звезд Луной – когда она вблизи апогея или перигея? Какие еще условия вы можете назвать, при которых звезды будут дольше находиться за Луной?

3. Сегодня в Белгороде Солнце будет заходить в течение 2 минут 47 секунд. А какое время длится заход Солнца на Марсе? Вычислите эту продолжительность для случая захода Солнца на экваторе Марса. При решении задачи считайте, что Марс обращается вокруг Солнца по круговой орбите.

4. В повести Стругацких «Полдень, XXII век» герой попадает на планету Леонида, очень похожую на Землю: «Среди мигающих звезд неторопливо прошло через зенит яркое белое пятнышко. Комов приподнялся на локтях, следя глазами за ним. Это был «Подсолнечник» – полуторакилометровый десантный звездолет сверхдальнего действия. Сейчас он обращался вокруг Леониды [по круговой орбите] на расстоянии двух мегаметров от поверхности. Стоит подать сигнал бедствия, и оттуда придут на помощь».

Насколько хорошим зрением обладал Комов? Обычно считается, что предельное разрешение глаза зоркого человека составляет $1'$ (одну угловую минуту).

5. С каким периодом меняются фазы Земли для наблюдателя на Луне? Объясните, почему так происходит. Выразите ответ в земных и лунных сутках.

6. В набросках к научно-фантастическому рассказу «Вахта Хромова» описывается эпизод, когда оператор научной станции, расположенной вблизи одной из планет Солнечной системы, запрашивает «Центр» (Землю): «Отправив сообщение, Алексей продолжал сидеть у монитора и ждать... Ждать ответа. Он знал, что даже теоретически, даже если «Центр» примет решение за считанные минуты, все равно ответ придет не ранее чем через пять часов...»

На какой планете работал Алексей?

9 класс

1–4. См. задачи 1 – 4 для 8 класса.

5. См. условие задачи 4.

...Но в этот раз Комов не подал сигнал бедствия. Представится ли ему такая возможность во время следующего витка «Подсолнечника»? Считайте, что все параметры Леониды в точности соответствуют земным, Комов находится на экваторе планеты, а «Подсолнечник» обращается вокруг нее по меридианальной орбите.

6. На рисунке 1 представлен вид Солнечной системы: само Солнце, четыре ближайшие планеты и их орбиты. Так видят нас «зеленые человечки»; точнее, на рисунке представлен в некотором масштабе результат компьютерной обработки многолетних наблюдений «зеленых астрономов». Известно, что положение планет соответствует середине марта (15 марта) на Земле. Найдите, из какого созвездия «зеленые человечки» наблюдали нас.

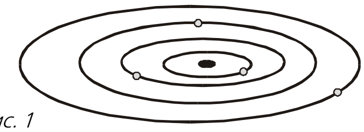

Рис. 1

10 класс

1. См. задачу 1 для 8 – 9 классов.

2. В созвездии Ориона, на расстоянии 120 световых лет от нас, земные астрономы обнаружили звезду, по всем параметрам аналогичную Солнцу. Цивилизация «зеленых человечков», живущая на одной из планет, обращающейся вокруг той звезды, также заинтересовалась нашим Солнцем. Измерения параллакса нашего Солнца, произведенные астрономами той цивилизации (согласно их классическим правилам измерения параллакса), дали результат $0{,}039''$. Найдите продолжительность года у «зеленых человечков».

3. Найдите звездную величину Луны в новолуние (когда есть только пепельный свет). Видимые с Земли звездные величины Солнца и Луны в полнолуние равны $-26{,}8^m$ и $-12{,}7^m$ соответственно.

4. Оцените массу венерианской атмосферы.

5–6. См. задачи 5 – 6 для 9 класса.

11 класс

1. См. задачу 1 для 8 – 10 классов.

2–3. См. задачи 2 – 3 для 10 класса.

4. Для того чтобы измерить годичный параллакс ядра нашей Галактики, предложено построить радиоинтерферометр с далеко отстоящими антеннами и наблюдать «точечный» радиоисточник в ядре. Каким примерно должно быть расстояние D между антеннами, если предполагается вести наблюдения на длине волны $\lambda \approx 1$ см?

5. Обнаружена затменно-двойная звезда. Размер второй звезды пренебрежимо мал по сравнению с размером первой. Известно, что большие оси орбит звезд лежат на луче зрения. Продолжительность затмения второго компонента первым и прохождение второго компонента по диску первого равны, соответственно, $T_1 = 8{,}7$ часа и $T_2 = 11{,}3$ часа при периоде обращения $T = 17$ суток. Оцените эксцентриситет орбит звезд.

6. Две звезды имеют одинаковые массы, одинаковые плотности и одинаковые давления в центре. Однако у одной из звезд ядро состоит из нормальной смеси ионизованных водорода и гелия (количество атомов гелия примерно в 10 раз меньше, чем атомов водорода), а у второй – целиком из полностью ионизованного углерода. Если температура в ядре первой звезды составляет $2 \cdot 10^7$ K, то чему она равна в ядре второй звезды? Газы считать идеальными. Числа протонов в ядрах атомов: H – 1, He – 2, C – 6. Атомные массы ядер атомов: $A_{\mathrm{H}} = 1$, $A_{\mathrm{He}} = 4$, $A_{\mathrm{C}} = 12$.

Творческо-практический тур

8 – 9 классы

7. Вам предстоит провести экскурсию по звездному небу без телескопа и биноклей. Основная ваша задача – дать небесные ориентиры, определяющие наше место во Вселенной. Наметьте подходящее время экскурсии. Пометьте на карте центр Галактики, направления вдоль ее рукавов, отдельные звездные и пылевые облака, очертания Местной системы, видимые простым глазом галактики и т.д. Объясните смысл использованных вами значков. Желательны комментарии.

8. Предполагается, что на расстоянии около 60 а.е. от Солнца появилась новая планета, обращающаяся по круговой орбите в плоскости, отличающейся от эклиптики не более чем на 10°. Видимая с Земли звездная величина этой планеты составляет 18^m. Планету планируется обнаружить с помощью 1-метрового телескопа с регистрирующей системой. Рабочее поле телескопа $20 \times 20'$, а регистрирующая система (например, фотопластинка) может зафиксировать объект 17^m (на темном небе) при минимальной экспозиции 10 минут.

Разработайте программу работы (наблюдений, обработки данных и т.п.) для обнаружения этой планеты. Сколько времени потребуется, чтобы заведомо зарегистрировать этот объект? Опишите все необходимые условия для проведения наблюдений (регистрации) наиболее оптимальным образом. Каких конфигураций (положений планет, небесных тел) следует избегать? Для простоты эксперимента 1-метровый телескоп разместите в окрестностях Белгорода.

10 – 11 классы

7. Старение фотонов (творческая задача). Вам, должно быть, известно, что в спектрах далеких галактик наблюдается красное смещение, причем оно тем больше, чем дальше от нас расположена галактика. В настоящее время это объясняется в рамках модели расширяющейся Вселенной, согласно которой галактики удаляются от нас с относительной скоростью $V = HR$ (где $H = 75$ км/(с·Мпк) – постоянная Хаббла, R – расстояние до галактики), а красное смещение – результат связанного с этой скоростью эффекта Доплера. Однако некоторое время назад была распространена гипотеза, что красное смещение в спектрах далеких галактик связано не с эффектом Доплера, а со старением фотонов. Идея этой гипотезы состоит в том, что с течением времени фотоны теряют свою энергию (т.е. их энергия уменьшается по закону $E = E_0 e^{-t/T}$, где t – время существования фотона, а T – некоторая константа). Таким образом, просто получается, что свет от далеких галактик идет очень долго, за это время фотоны теряют часть своей энергии, т.е. «краснеют».

Рассмотрите гипотетическую ситуацию: пусть фотоны действительно стареют, причем стареют в 1000 раз быстрее, чем это следует из наших наблюдений (т.е. $\Delta E/\Delta t$ в 1000 раз больше, чем у нас). Какие теории эволюции Вселенной могли бы существовать в этом случае? Что бы изменилось в теории расширяющейся Вселенной? Догадались ли бы ученые, что существует именно старение фотонов? Учтите, что современные приборы, измеряющие лучевые скорости по эффекту Доплера, фиксируют эти скорости с точностью вплоть до нескольких метров в секунду (скажем, 3 м/с).

8. Звездный ветер Р Лебедя (практическая задача). Это задание посвящается 400-летию открытия самой знаменитой из звезд, активно теряющих вещество. 18 августа 1600 года голландский картограф и математик Виллем Блау (тот самый, что написал «Космографию», по которой учился Петр I) обнаружил в Лебеде новую звезду. В XVII веке ее блеск дважды возрастал до 3-й и падал до 6–7-й величин, но с начала XVIII века менялся мало и до сих пор остается близким к 5-й величине. В 1886 году Пикеринг привлек внимание к необычному спектру

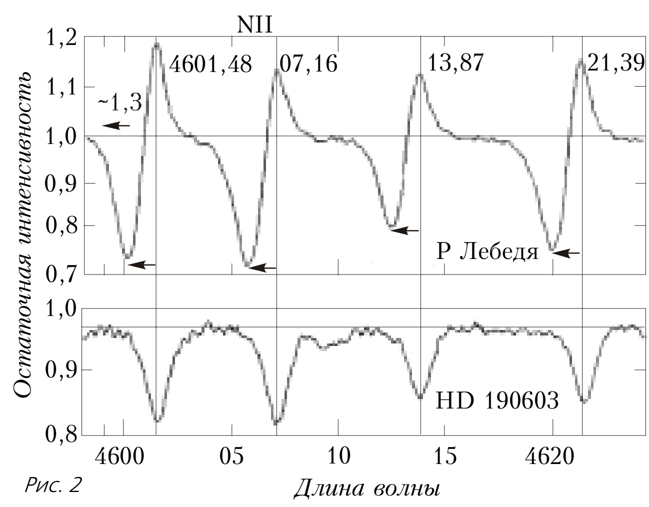

Рис. 2

Р Лебедя. Перед вами (рис.2) небольшой его участок с четырьмя линиями ионизованного азота и тот же участок, взятый из спектра HD 190603 – звезды, близкой к Р Лебедя по температуре и светимости. Оба спектра получены с помощью спектрографа в фокусе 1-метрового телескопа САО РАН. В спектрах большинства звезд (в том числе и HD 190603) наблюдаются линии поглощения, абсорбции (в них интенсивность излучения ниже уровня излучения в непрерывном спектре), а в спектрах туманностей и некоторых звезд с протяженными оболочками – линии излучения, эмиссии. В спектре Р Лебедя почти все линии абсорбционно-эмиссионные. Их профили так и называют «профили типа Р Лебедя».

а) Пользуясь прилагаемой простейшей схемой (рис.3) расширяющейся оболочки (звездного ветра), объясните специфическую форму «профилей типа Р Лебедя». Пометьте нужными буквами части профиля, формирующиеся в соответствующих частях оболочки.

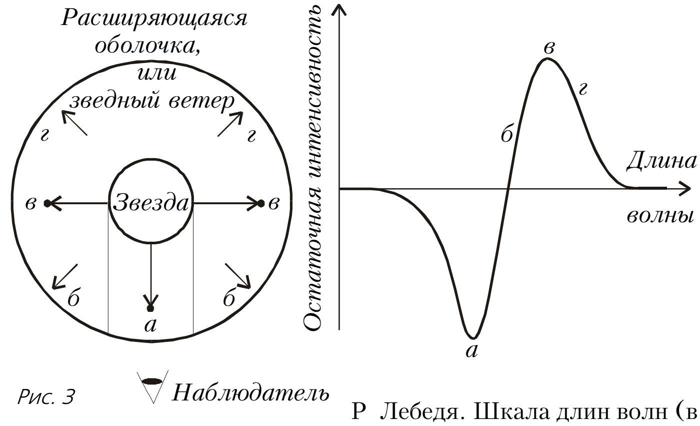

Рис. 3

б) По прилагаемому фрагменту спектра оцените скорость звездного ветра Р Лебедя. Шкала длин волн (в ангстремах) дана для неподвижного источника.

Публикацию подготовил М.Гаврилов

Призеры олимпиады

Дипломы I степени получили

Аболмасов П. – Москва, 11 кл.,
Бадьин Д. – Лесной Свердловской обл., 10 кл.,
Бакай Д. – Санкт-Петербург, 11 кл.,
Балуев Р. – Саратов, 10 кл.,
Башаков А. – Тихвин, 10 кл.,
Булах В. – Тула, 9 кл.,
Игнатович А. – Златоуст, 8 кл.,
Константинов С. – Челябинск, 9 кл.,
Копосов С. – Москва, 11 кл.,
Нагаев М. – Белгород, 9 кл.,
Тыклин А. – Москва, 9 кл.

Дипломы II степени получили

Боченков С. – Рязань, 9 кл.,
Васильев С. – Екатеринбург, 10 кл.,
Велижанин Д. – Полевской, 11 кл.,
Гедерцев А. – Санкт-Петербург, 10 кл.,
Григорович Е. – Санкт-Петербург, 11 кл.,
Жабин В. – Рязань, 11 кл.,
Зиновьев Д. – Челябинск, 10 кл.,
Иванов А. – Челябинск, 10 кл.,
Квасов И. – Дзержинск Нижегородской обл., 9 кл.,
Ким А. – Оренбург, 10 кл.,
Клиньшов В. – Нижегородская область, 11 кл.,
Лебедев А. – Москва, 9 кл.,
Леликов А. – Липецк, 11 кл.,
Лисин Е. – Бугульма, 11 кл.,
Сафонов Б. – Екатеринбург, 8 кл.,
Семидоцкий Г. – Белгород, 9 кл.,
Субботин М. – Рязань, 7 кл.,
Сыроваткин Д. – Новороссийск, 11 кл.,
Устюжанин А. – Ижевск, 11 кл.,
Цветков Е. – Великий Новгород, 10 кл.,
Шукшин И. – Волгодонск, 11 кл.

Дипломы III степени получили

Ангер В. – с. Ижевское Рязанской обл., 11 кл.,
Бережной А. – Белгород, 11 кл.,
Бобров С. – Ростов-на-Дону, 11 кл.,
Борзов И. – Тула, 8 кл.,
Бургар А. – Волгодонск, 10 кл.,
Верёвкин К. – Гатчина, 9 кл.,
Веремьёв А. – ст. Ленинградская Краснодарского кр., 9 кл.,
Гришель М. – Минская обл., 11 кл.,
Дегтярев В. – Оренбург, 11 кл.
Кутькин А. – Сыктывкар, 10 кл.,
Ловягин Н. – Сыктывкар, 8 кл.,
Мананников А. – Раменское, 10 кл.,
Осминин К. – Москва, 11 кл.
Путилин В. – Липецк, 11 кл,
Рыжов В. – Железногорск Курской обл., 9 кл.,
Сахаров О. – Нальчик, 9 кл.,
Соколовский К. – Москва, 10 кл.,
Спивак И. – Курск, 10 кл.,
Хазиев И. – Прохладный, 10 кл.

IX Международная олимпиада «Интеллектуальный марафон»

Очередная тест-рейтинговая олимпиада «Интеллектуальный Марафон» («ИМ-2000») проходила в рамках Европейского фестиваля науки, который состоялся в России с 1 по 8 октября 2000 года. Организовал фестиваль Интеллект-клуб «Глюон» совместно Государственным научным центром РФ «Институт физики высоких энергий» и при поддержке «Euroscience» (Париж), Союза ученых Болгарии (София), администрации Протвино и ряда других научных и образовательных учреждений России. На Европейский фестиваль науки приехали делегации из различных городов России и СНГ, а также гости из Финляндии.

Задачи

Письменный индивидуальный тур

Математика

1. Найдите сумму цифр всех натуральных чисел

а) от 1 до 2000; б) от 1 до 10^n.

Участники и гости фестиваля собрались в Протвино, красивейшем уголке Подмосковья, который является также и одним из ведущих мировых центров по физике элементарных частиц. Каждый день фестиваля был насыщен научными выступлениями школьников, студентов, аспирантов и ученых, а школьники участвовали также в олимпиаде «Интеллектуальный марафон» – как в личных, так и в командных соревнованиях.

Среди научных докладов дипломом I степени жюри отметило работу ученика ФМЛ 1511 при МИФИ Сергея Колерова на тему «Фуллерены и нанотрубки». Дипломы II степени получили доклады студентов Марины Хомяковой — «Сферические модели Платоновых и Архимедовых тел» (Пермь, ПГПУ), Ивана Тищенко — «Организация и поддержка общеинститутской сети» (Старый Оскол, СТИ МГИСиС), школьников Людмилы Илюхиной (Норильск) и Максима Сырватка (Уфа, школа 42) – «Неравенство Брунна – Минковского и одно свойство выпуклых функций». Дипломы III степени были присуждены Светлане Ельшиной (Пермь, ПГПУ) за работу «Классификация собственных движений плоскости Лобачевского на модели Пуанкаре», а также школьникам из Уфы (школа 42) Константину Николаеву – «Кривая линейка», Айрату Ганиеву – «Сдвиги множеств и выпуклые многоугольники», Наталье Зацепиной – «Об одном свойстве выпуклых функций».

Абсолютным победителем олимпиады «ИМ-2000» в командном зачете стала команда ФМЛ 31 Челябинска, она же заняла I место в командном туре по физике и II место в туре «История научных идей и открытий». Второе место в общих командных соревнованиях завоевала команда Классического лицея 1 при РГУ (Ростов-на-Дону). (I место в туре «История научных идей и открытий» и в туре по математике). Третье место досталось команде лицея 60 из Уфы (II место в туре «История научных идей и открытий»).

Абсолютным победителем олимпиады в индивидуальном зачете стал Кирилл Королев (Челябинск, ФМЛ 31), он же победил в индивидуальном зачете по физике и занял III место по математике. Вторым и третьим в общем зачете стали Андрей Манаков и Максим Карманов (также из ФМЛ 31 Челябинска). Первое место в индивидуальном зачете по математике занял Максим Сырватка (Уфа, школа 42). Вторые места по математике и физике завоевали Андрей Ухоботов (Челябинск, ФМЛ 31) и Константин Тимирбаев (Уфа, лицей 60).

Среди специальных призов отметим приз «Самому юному участнику» – его получил Евгений Молчанов из Краснодара.

Организаторы фестиваля выражают признательность всем, кто помогал подготовить и провести этот научный праздник, и в первую очередь — компаниям «1С» и «Диалог-МИФИ» (предоставившим замечательные подарки победителям и участникам фестиваля), а также администрации города Протвино.

X Международная олимпиада «Интеллектуальный Марафон» состоится в октябре – ноябре 2001 года в рамках Международного фестиваля «Дети. Интеллект. Культура». Заявки на участие всех заинтересованных организаций, школ, лицеев, гимназий, центров по работе с одаренными школьниками просим прислать не позднее 1 августа 2001 года по адресу: 115522 Москва, Пролетарский пр., д. 15/6, корп.2, МИК «Глюон».

Телефон (095) 324-20-30; факс: (095) 396-82-27;
e-mail: olga@mics.msu.su или gluon@gala.net

2. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} x^2 - 4xy + 1 \le 0, \\ 2y^2 + 2y - x \le 0. \end{cases}$$

3. Пусть I – центр окружности, вписанной в треугольник ABC, J – центр окружности, касающейся стороны BC и продолжений сторон AC и AB (вневписанная окружность), M – середина отрезка IJ, а $\angle A = \alpha$. Найдите $\angle BMC$.

4. Каждый член некоторой компании из n человек поздравил с праздником ровно k человек из той же компании. При каком наименьшем k можно утверждать, что среди данных n человек найдутся два, поздравивших друг друга, если

а) $n = 20$; б) $n = 21$; в) n – любое натуральное число?

5. Можно ли разрезать а) квадрат; б) равнобедренный прямоугольный треугольник на конечное число равнобедренных трапеций?

6. В треугольнике ABC точка D – середина медианы AM. Прямая CD пересекает сторону AB в точке N. Найдите CN, если $BD = BM$, а $AN = a$.

7. Можно ли между числами 1^3, 2^3, …, n^3 расставить знаки «плюс» или «минус» так, чтобы полученная алгебраическая сумма стала равна 0, если

а) $n = 1999$; б) $n = 2000$;
в) $n = 2001$?

Физика

1. Клин, имеющий форму прямоугольного треугольника (рис. 1), скользит вдоль горизонтальной поверхности с ускорением a. Через блок, установленный на вершине клина, перекинута невесомая нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены бруски массой m каждый. Определите, при каких значениях a брусок *2* будет двигаться вверх. Коэффициент трения скольжения брусков о поверхность клина μ, угол наклона клина к горизонтальной поверхности α. (Случай отрыва бруска *1* от поверхности клина не рассматривать.)

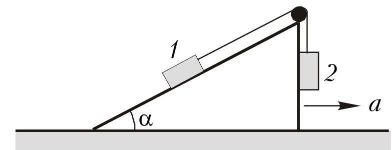

Рис. 1

2. С какой минимальной начальной скоростью надо бросить мяч, чтобы перебросить его через стену высотой h и попасть в яму, расположенную за стеной на расстоянии L?

3. Определите максимальную высоту, на которую может подняться воздушный шар радиусом $R = 10$ м, наполненный гелием до давления, равного атмосферному на поверхности Земли. Масса гондолы шара M = 1000 кг. Атмосферу считать изотермической (T = 300 К). Плотность воздуха у поверхности Земли $\rho_0 = 1{,}29$ кг/м^3.

4. Тонкое металлическое кольцо радиусом R расположено в горизонтальной плоскости (параллельно поверхности земли) и имеет заряд Q. Через центр кольца перпендикулярно его плоскости проходит тонкий стержень, вдоль которого может скользить шарик с массой m и зарядом q. Определите возможные положения равновесия в системе и исследуйте их на устойчивость. Трение не учитывать.

5. Молекулярный ион водорода H_2^+ ионизируется мощным лазерным импульсом длительностью порядка 10 фс («кулоновский взрыв»). Оцените кинетическую энергию образовавшихся при ионизации протонов. Какова будет кинетическая энергия ядер, образовавшихся при фотоионизации молекулы HD^+? Масса дейтрона $m_D = 2m_p$, где m_p – масса протона. Равновесное расстояние между ядрами в системе равно 1 Å.

6. N точек пространства соединены попарно одинаковыми резисторами сопротивлением R каждый. Между двумя из них включен источник с ЭДС $\mathcal{E}$. Какая мощность выделяется в данной цепи?

7. Оцените время падения капли дождя радиусом R = 0,1 см с высоты h = 1 км. Плотность атмосферного воздуха $\rho_0 = 1{,}29$ кг/м^3, плотность воды $\rho_в = 1$ г/см^3. Как время падения зависит от размера капли?

Устный командный тур

Математика

1. Витя и Боря вычеркивают по очереди числа из таблицы:

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Витя вычеркнул 4 числа, и Боря тоже вычеркнул 4 числа. Оказалось, что сумма чисел, вычеркнутых Борей, в 3 раза меньше суммы чисел, вычеркнутых Витей. Какое число осталось в таблице?

2. Найдите площадь, заштрихованную на рисунке 2, если точки делят

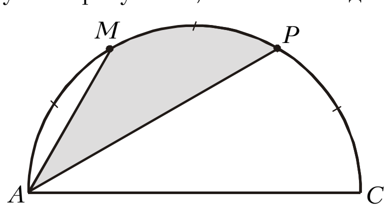

Рис. 2

полуокружность $AMPC$ на три равные части, а площадь полукруга равна S.

3. Наборщик рассыпал некоторое число, представляющее шестую степень натурального числа a. Найдите a, если цифры рассыпанного числа – 0, 2, 3, 4, 4, 7, 8, 8, 9.

4. Существует ли треугольник, который можно разрезать на три равных треугольника, подобных данному?

5. Существует ли

а) 2002-угольник, описанный около окружности, стороны которого равны (в некотором порядке) 1, 2, 3, … …, 2002;

б) описанный 2000-угольник со сторонами 1, 2, 3, …, 2000 в указанном порядке?

6. Можно ли из последовательности 1, 1/2, 1/3, …, 1/n, … выделить

а) арифметическую прогрессию с 2000 членов;

б) бесконечную арифметическую прогрессию?

7. Расстояние AH от вершины A треугольника ABC до его ортоцентра H (ортоцентр – точка пересечения высот треугольника) равно радиусу описанной около треугольника ABC окружности. Чему может быть равен угол A?

8. Различные числа x, y, z удовлетворяют равенствам $x^3 - 3x^2 = y^3 - 3y^2 = z^3 - 3z^2$. Найдите $x + y + z$.

9. Внутри сектора с прямым центральным углом расположены два полукруга (рис.3). Найдите заштрихованную площадь, если площадь, ограниченная двумя полуокружностями, равна S.

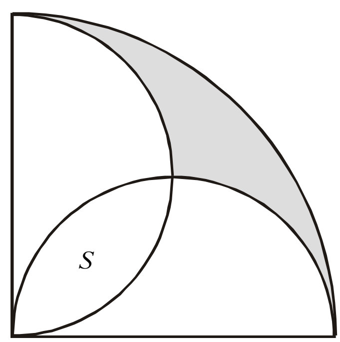

Рис. 3

10. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения $(x-v)^2 + (y-u)^2$, если $x^2 + y^2 = 1$, а $v^2 + u^2 = 4$.

11. Существует ли такая компания, в которой каждый ее участник имеет ровно 6 друзей, а каждые два участника имеют двух общих друзей?

12. Может ли n-значное число ($n > 1$) быть равным произведению своих цифр?

Физика

1. Каким будет выигрыш в силе при подъеме бочки по наклонной плоскости с помощью перекинутых через бочку веревок?

2. Два одинаковых сосуда с одним и тем же газом соединены горизонтальной трубкой с небольшим столбиком ртути посередине. В одном сосуде температура газа T_1, а в другом T_2. Сместится ли ртуть в трубке, если оба сосуда нагреть на одну и ту же разность температур ΔT?

3. После удара молотком по одному концу длинной металлической трубы человек, находящийся у другого ее конца, будет слышать двойной удар. Почему?

4. Когда парусным судам легче входить в гавань: днем или ночью?

5. Металлический шарик заряжен до потенциала 1 В. Его вносят внутрь сферической проводящей поверхности, заряженной до потенциала 1000 В, и касаются ее. Укажите, куда будут переходить заряды, и объясните почему.

6. Почему глаз человека может смотреть на Солнце, когда оно у горизонта, и не может, когда оно в зените?

7. Оцените время соударения двух одинаковых металлических шаров.

8. Какой термометр (при прочих равных условиях) более чувствителен: ртутный или спиртовой?

9. Какие очки нужны человеку в воздухе, если в воде он видит нормально?

10. Почему притягиваются два параллельных проводника с токами одного направления и отталкиваются два аналогичных электронных пучка в вакууме?

История научных идей и открытий

Математика

1. Запишите формулу, которую древние вавилоняне доказывали с помощью картинки, изображенной на рисунке 4.

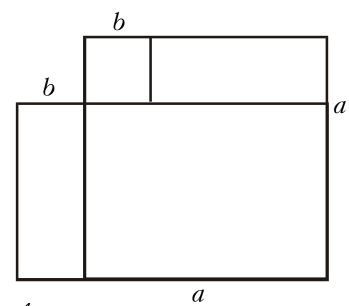

Рис. 4

2. Некий итальянский математик (1180–1240), живший в Пизе, написал несколько книг, по которым потом учились многие поколения математиков. Он же нашел удивительную последовательность f_n: 1, 1, 2, 3, 5, … . Как звали этого математика? Как называются открытые им числа? Выясните, какие числа f_n делятся на три.

3. Французский математик Роберваль, пытаясь вычислить площадь под одной аркой циклоиды, нашел некоторую кривую, названную им спутницей циклоиды. Ею оказалась синусоида (в современных обозначениях это график функции $y = 1 - \cos x$). Найдите площадь, ограниченную этим графиком на промежутке $[0; 2\pi]$ и осью Ox, не пользуясь интегралом, т.е. так же, как это делал Роберваль.

4. Некоторые математики XVII века полагали, что сумма ряда 1 − 1 + 1 − − 1 + 1 − … равна 1/2. Восстановите их рассуждения и, пользуясь сходными соображениями, найдите «сумму» $1-2+2^2-2^3+\ldots$

5. Формула для площади треугольника $S=\frac{1}{2}ah$ была известна в глубокой древности и доказывалась разрезанием треугольника на части, из которых можно сложить параллелограмм. При выводе формулы объема пирамиды Архимеду пришлось воспользоваться соображениями, предвосхитившими появление в далеком будущем понятия интеграла. В связи с этим возникла задача: можно ли разрезать тетраэдр на конечное число многогранных частей, из которых удастся сложить параллелепипед? Задачу о возможности такого разрезания поставил в 1900 году один из величайших математиков рубежа XIX–XX веков. Как звали этого математика, как формулировалась поставленная им проблема, кто и когда ее решил?

Физика

1. Основываясь на модели расширяющейся Вселенной, один из выдающихся физиков нашего столетия пришел к выводу о необходимости наличия во Вселенной остаточного равновесного электромагнитного излучения, так называемого реликтового излучения, и оценил его температуру. Впоследствии это излучение было обнаружено экспериментально, и его параметры оказались близкими к расчетным. Кто, когда и из каких соображений пришел к этим выводам? Какова температура реликтового излучения?

2. Эксперименты какого выдающегося физика привели к созданию электродвигателя и генератора переменного тока? В каком году были опубликованы труды этого ученого с описанием результатов опытов?

3. В романе А.Толстого «Гиперболоид инженера Гарина» описана установка, позволяющая создавать мощный световой поток, способный производить огромные разрушения. Какие выдающиеся ученые и когда создали сначала теоретическую модель такой установки, а затем, много лет спустя, и ее саму? На какой идее основано ее устройство?

4. Для того чтобы заглянуть в глубь микромира, ученые применяют своеобразные аналоги микроскопа: ускорители элементарных частиц. На каких идеях основано их устройство? Какие типы ускорителей вы знаете? Когда они появились? Кто из ученых внес особенно большой вклад в их создание? Какие ускорители являются крупнейшими в мире, и где они находятся?

5. Кто из великих физиков двадцатого века был вратарем сборной своей страны по футболу?

Публикацию подготовили
В.Альминдеров, Б.Алиев, А.Егоров, А.Попов